

1.01.99 - Matemática

**UMA FUNÇÃO DE LYAPUNOV PARA EQUAÇÕES DEGENERADAS NÃO LINEARES.**Ester Beatriz<sup>1</sup>, Phillip Lappicy<sup>2</sup>

1. Estudante do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC - USP)
2. Pesquisador do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC - USP)

**Resumo**

O trabalho consiste em apresentar um método de construção de funções de Lyapunov associadas a sistemas de equações parabólicas não-lineares e degeneradas. Tais funções, até então estavam restritas a equações não degeneradas e a algumas equações degeneradas, a saber, a equação do meio poroso e a equação do p-Laplaciano.

**Palavras-chave:** Dinâmica infinito-dimensional; Equações diferenciais parciais; Energia;

**Apoio financeiro:** Cnpq (processo: 135896/2020-7)

**Trabalho selecionado para a JNIC:** USP

**Introdução**

As funções de Lyapunov ocorrem em sistemas físicos que naturalmente perdem energia, como por exemplo certos sistemas dinâmicos dissipativos. Por conta disso, elas também são conhecidas como função de energia. Matematicamente, tais funções são usadas para provar a estabilidade de pontos de equilíbrio, nota-se assim sua importância nos estudos de sistemas dinâmicos, principalmente na análise de tendência ao equilíbrio dessas equações.

Para as equações parabólicas não degeneradas sabe-se da existência de tal função por meio do método desenvolvido inicialmente por Hiroshi Matano para equações quase lineares e posteriormente aprimorado por Phillip Lappicy e Bernold Fiedler para equações não lineares, porém para equações degeneradas pouco se sabia a respeito de fórmulas gerais de energia, exceto para a equação do meio poroso e a equação do p-Laplaciano.

Nesse trabalho demonstro uma maneira de construir funções de Lyapunov para equações degeneradas completamente não-lineares, ampliando o escopo de sistemas que admitem tais funções, e, portanto, facilitando seu estudo.

**Metodologia**

Com base no que já havia sido feito para as equações não degeneradas, devidamente apresentados em [1] e [2], e analisando as funções de Lyapunov para as equações degeneradas já existentes, eu juntamente com meu orientador, fizemos alterações e adaptações no artigo [2], a fim de obter o resultado desejado e adequado.

Dessa forma, a ideia principal foi supor a existência de uma função de energia, assim como em [2], e buscar as condições necessárias para que ela exista, isto é para que ela cumpra sua definição. Para isso foi utilizado as ferramentas obtidas do cálculo diferencial e da teoria de equações diferenciais, como integração por partes, derivações e o método das características (um método de solução de equações diferenciais parciais).

**Resultados e Discussão**

No fim, esse processo de busca das condições necessárias tornou-se o método para construir a função. Com isso conseguimos descrever as condições necessárias para que as equações degeneradas possuam uma função de Lyapunov e elaborar um método para construí-la. Sendo assim, conseguimos provar a existência de tais funções para essa classe de equações e além disso conseguimos construir explicitamente tais funções em exemplos particulares, algo ainda inédito na literatura, que possuía métodos somente para equações não degeneradas. Vale ressaltar que tais condições restringem a quantidade de equações que nosso método abrange. Este resultado foi redigido em [4] e submetido para uma revista científica especializada.

**Conclusões**

Por fim, conseguimos atingir o objetivo do trabalho, elaboramos um método de construção de uma função de Lyapunov para equações parabólicas degeneradas. Assim ampliamos o escopo de equações que admitem tais funções, o que porventura facilitará no estudo da dinâmica assintótica de tais sistemas.

**Referências bibliográficas**

- [1] H. Matano, Asymptotic behavior of solutions of semilinear heat equations on  $S^1$ , *Nonlinear Diffusion Equations and Their Equilibrium States II*, eds. W.-M. Ni, L. A. Peletier, J. Serrin, 139--162, 1988.

- [2] P. Lappicy e B. Fiedler, A Lyapunov function for fully nonlinear parabolic equations in one spatial variable, São Paulo J. Math. Sci. 13, 283--291, 2019.
- [3] L.Evans, Partial Differential Equations, American Mathematical Society, 1998.
- [4] P.Lappicy e E. Beatriz, An energy formula for fully nonlinear degenerate parabolic equations in one dimension, ArXiv: 2201.04215, 2021.